

Μαθηματικά Ι – Ιούνιος 2012

Εισηγητής: Ευάγγελος Μελάς

ΘΕΜΑ 1^ο (1,5 μονάδα)

Έστω A, B δύο σύνολα. Δείξτε ότι: $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$.

ΘΕΜΑ 2^ο (1,5 μονάδα)

Η ζήτηση q και η τιμή p ενός προϊόντος συνδέονται με τη σχέση $p = a - \beta q^2$, όπου $a, \beta > 0$. Δείξτε με τη χρήση διαφορικού ότι, εάν η ζήτηση αυξηθεί κατά

0.01 της αρχικής της τιμής q_0 , τα έσοδα θα αυξηθούν κατά $\frac{aq_0 - 3\beta q_0^3}{100}$.

ΘΕΜΑ 3^ο (1,5 μονάδα)

Βρείτε την εξίσωση της κάθετης ευθείας της καμπύλης $x^3 + y^3 - 6xy = 0$ στο σημείο $(2, 4 \text{ συν } \frac{2\pi}{9})$.

ΘΕΜΑ 4^ο (2 μονάδες)

Εάν $y(x) = \ln(\epsilon\varphi(x + \frac{\pi}{8}))$ να αποδείξετε ότι:

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{8\eta\mu^2(2(x + \frac{\pi}{8}))}{\eta\mu^3(2(x + \frac{\pi}{8}))}$$

Χρησιμοποιώντας αυτό τον τύπο, υπολογίστε το πολυώνυμο Taylor της συνάρτησης $y(x)$ με κέντρο τον αριθμό $c = \pi/8$, μέχρι και τον όρο που περιέχει τρίτη δύναμη του x .

Το πολυώνυμο Taylor που βρήκατε και η συνάρτηση $y(x)$, σε τι συμφωνούν στο σημείο $x = \pi/8$;

$$\text{Δίνεται: } \eta\mu(2x) = 2\eta\mu x \text{ συν } x, \eta\mu(\pi/4) = \text{συν}(\pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ΘΕΜΑ 5^ο (2 μονάδες)

Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα:

$$\int \left(\frac{x}{(x-2)(x^2+2)} - \text{τοξε}\varphi(x) \right) dx$$

ΘΕΜΑ 6^ο (1,5 μονάδα)

Υπολογίστε το εμβαδό του χωρίου που ορίζεται από τις ακόλουθες καμπύλες και κάνετε τη σχετική γραφική παράσταση.

$$y^2 + 4y - x = 0, y = -4, y = -1, x = 0$$

Καλή επιτυχία!