



Να γραφούν δύο από τα τρία θέματα

Θέμα 1^ο (α) (2,5 Μονάδες) Έστω η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}$, $x, \alpha, \beta > 0$.

Να υπολογισθεί η εκτιμήτρια της παραμέτρου β με την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας, (θεωρώντας την α γνωστή σταθερά) και να αποδειχθεί ότι είναι αμερόληπτη και συνεπής.

(β) (2,5 Μονάδες) Τα ποσοστά ανεργίας ανδρών και γυναικών υπολογίστηκαν σε δείγμα 200 ανδρών και 300 γυναικών και ήταν: $\hat{p}_A = 0.25$, και $\hat{p}_T = 0.35$. Να κατασκευαστεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των ποσοστών μεταξύ ανδρών – γυναικών. Μπορείτε να βγάλετε κάποιο συμπέρασμα για το αν η διαφορά είναι πράγματι στατιστικά σημαντική;

Θέμα 2^ο (α) (3 Μονάδες) Πέντε δοκιμαστές κρασιών δοκίμασαν και βαθμολόγησαν (με άριστα το 100) τέσσερις ποικιλίες κρασιών. Ελέγξατε αν υπάρχει διαφορά στις μέσες βαθμολογίες μεταξύ των ποικιλιών ΚΑΙ μεταξύ των δοκιμαστών. Οι βαθμολογίες τους δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	T_i	T_i^2
Αϊγιοργίτικο	89	70	89	88	80	416	173.056
Μοσχοφίλερο	91	85	99	90	91	456	207.936
Σαββατιανό	81	75	81	82	81	400	160.000
Ροδίτης	92	87	89	91	92	451	203.401
T_j	353	317	358	351	344	$T^2 = 2.968.729$	
T_j^2	124.609	100.489	128.164	123.201	118.336	$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 x_{ij}^2 = 149305$	

(β) (2 Μονάδες) Ένας ανθρωπολόγος μελετά το ύψος των ανδρών μιας φυλής και χρησιμοποιεί τον αριθμητικό μέσο 36 ανδρών για να εκτιμήσει το πραγματικό μέσο ύψος τους. Αν η κατανομή του ύψους των ανδρών αυτών είναι κανονική με διακύμανση $\sigma^2 = 16$, ποια είναι η πιθανότητα όπως η εκτίμηση αυτή παρουσιάζει σφάλμα το πολύ 1 εκατοστό;

Θέμα 3^ο (α) (2 Μονάδες) Από δύο ανεξάρτητους κανονικούς πληθυσμούς $X \sim N(3, 14)$ και $Y \sim N(4, 12)$ λαμβάνουμε τυχαία δείγματα μεγέθους $n_x = 5$ και $n_y = 10$ αντίστοιχα. Να υπολογισθούν οι πιθανότητες: $P(\bar{X} > \bar{Y})$ και $P(|\bar{X} - \bar{Y}| < 1)$.

(β) (3 Μονάδες) Η American Express (AMEX) θεωρεί ότι οι κάτοχοι καρτών της ταξιδεύουν περισσότερο από άλλους ταξιδιώτες. Σε μια συνολική μελέτη που έκανε εταιρεία έρευνας αγοράς για λογαριασμό της AMEX, επιχειρήθηκε να προσδιοριστεί η σχέση μεταξύ ταξιδιών και δαπανών, μέσω της επιλογής τυχαίου δείγματος 10 πελατών της AMEX και καταγραφής του μήκος του ταξιδιού (σε χιλιόμετρα) και των συνολικών χρεώσεων στην κάρτα (σε €). Τα στοιχεία παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

απόσταση	1200	1900	2200	2500	2700	3500	3600	3800	4500	5000	$\sum_{i=1}^{10} X_i = 30900$
δαπάνες	1800	2500	3300	3700	3400	4200	5200	4800	6000	6300	$\sum_{i=1}^{10} Y_i = 41200$

$\sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 108.330.000$, $\sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = 189.040.000$ και $\sum_{i=1}^{10} X_i Y_i = 142.760.000$. Επιβεβαιώστε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ απόστασης και δαπανών με τον κατάλληλο στατιστικό έλεγχο (με $\alpha = 0,05$) και υπολογίστε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση προβλεπόμενη δαπάνη πελατών που ταξιδεύουν για 4000 χιλιόμετρα.

Δίδονται

$G(0,5) = 0,6915$, $G(1) = 0,8413$, $G(1,5) = 0,9332$, $G(1,96) = 0,975$, $z_{0,025} = 1,96$, $t_{8,0,025} = 2,306$

$f_{8,8,0,025} = 4,433$, $f_{9,9,0,025} = 4,026$, $f_{4,12,0,05} = 3,490$, $f_{3,12,0,05} = 3,259$, $t_{16,0,025} = 2,473$, $t_{18,0,05} = 2,101$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

(τα θέματα να παραδοθούν με το γραπτό. Όποιος θέλει μπορεί να τα πάρει μετά τις 6:30μμ)