

Χαμφρινό 14

**Θέμα 1ο**  
(α) (3 Μονάδες) Τα παρακάτω δεδομένα αφορούν την μεταβολή στην τιμή ενός αγαθού (Y) συναρτήσει του χρόνου (X):

$x_i$	40	41	42	43	44	45	46
$y_i$	1,62	1,63	1,90	2,64	2,05	2,13	1,94

(i) Να υπολογισθούν οι τιμές  $b_0, b_1$  των συντελεστών γραμμικής παλινδρόμησης στο υπόδειγμα:  
 $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$

(ii) Να υπολογισθεί και να ερμηνευθεί η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$ .  
(iii) Να υπολογισθεί η εκτιμήτρια της διακύμανσης των σφαλμάτων και να γίνει ο έλεγχος για την στατιστική σημαντικότητα της παλινδρόμησης με βάση την τιμή  $b_1$ .

(iv) Να βρεθεί το διάστημα πρόβλεψης για την τιμή του αγαθού σε χρόνο  $x_0 = 50$ .

$$\sum x_i = 301, \sum y_i = 13.91, \sum x_i y_i = 600.24, \sum x_i^2 = 12971, \sum y_i^2 = 28.3639$$

Επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0.05$

(β) (2 Μονάδες) Έστω  $X_1, X_2, \dots, X_n$  τυχαίο δείγμα από την κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2}}$ ,  $x \in \mathcal{R}$ . Να υπολογισθεί η εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας της παραμέτρου  $\mu$  (i) με την μέθοδο των ροών και (ii) με μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

**Θέμα 2ο**  
(α) (2.5 Μονάδες) Μελέτες έχουν δείξει ότι στον ταχύρρυθμο κόσμο των ηλεκτρονικών, ο βασικός παράγοντας που χωρίζει τους νικητές από τους ηττημένους είναι πραγματικά πόσο αργή είναι μια επιχείρηση στην λήψη αποφάσεων: Οι πιο επιτυχημένες επιχειρήσεις χρειάζονται περισσότερο χρόνο για να καταλήξουν σε αποφάσεις για την υιοθέτηση νέων τεχνολογιών, ή ανάπτυξη νέων προϊόντων. Οι ακόλουθες τιμές είναι οι μήνες που χρειάζονται για να καταλήξουν σε μια απόφαση τυχαία επιλεγμένες επιχειρήσεις στις κατηγορίες υψηλή, μεσαία και χαμηλή σε όρους απόδοσης:

									$T_i$	$T_i^2$	Τα δεδομένα αυτά, τείνουν να συμφωνούν με ή να διαψεύδουν τις μελέτες; Χρησιμοποιείστε ανάλυση διακύμανσης ως προς έναν παράγοντα για την επίλυση του προβλήματος. Δίδεται: $\sum x_i^2 = 547, \alpha = 0,05$
υψηλή	6	4.5	5	6.5	8	8	2	6	46	2116	
μεσαία	3	5.5	6	4	4	4.5	6	2	35	1225	
χαμηλή	1	2.5	2	1.5	1.5	6	4	4.5	23	529	

(β) (2.5 Μονάδες) Η ιδιωτική κατανάλωση ως ποσοστό του ΑΕΠ είναι μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί (περίπου) κανονική κατανομή. Σύμφωνα με ένα άρθρο του BusinessWeek, στις Ηνωμένες Πολιτείες η τιμή της τυχαίας μεταβλητής ήταν 71% Υποθέτοντας ότι αυτή η τιμή είναι η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής, και ότι η τυπική απόκλιση της κατανομής είναι 3%, (i) ποια είναι η τιμή της ιδιωτικής κατανάλωσης (ως ποσοστό του ΑΕΠ), για την οποία είστε 90% σίγουροι ότι η πραγματική τιμή της είναι κάτω από αυτήν; (ii) Τι ποσοστό του πληθυσμού έχει ιδιωτική κατανάλωση πάνω από 77% του ΑΕΠ;

**Θέμα 3ο**  
(α) (2 Μονάδες) Για τον υπολογισμό της μέσης διάρκειας «ζωής» ελαστικών αυτοκινήτων (σε χιλιάδες χλμ.), σχεδιάζεται να ληφθεί, από το τμήμα ελέγχου ποιότητας της Εταιρείας, ένα τυχαίο δείγμα από τη γραμμή παραγωγής. Από παλαιότερες έρευνες είναι γνωστό ότι η τυπική απόκλιση είναι 16 χιλιάδες χλμ. Πόσο μεγάλο πρέπει να είναι το δείγμα που θα ληφθεί, ώστε με πιθανότητα τουλάχιστον 95%, ο δειγματικός μέσος να διαφέρει από τον άγνωστο μέσο του πληθυσμού όχι περισσότερο από 2 χιλιάδες χλμ.;

(β) (3 Μονάδες) Το τμήμα φωτογραφίας ενός περιοδικού μόδας θέλει να επιλέξει μια φωτογραφική μηχανή. Από τα δύο μοντέλα που εξετάζει, ένα είναι Nikon και το άλλο Minolta. Το Τμήμα αναθέτει σε μια εταιρεία μελετών να αποφανθεί εάν ένας από τα δύο μοντέλα παίρνει μια υψηλότερη μέση βαθμολογία επιδόσεων από επαγγελματίες φωτογράφους, ή αν οι μέσες βαθμολογίες δεν είναι στατιστικά διαφορετικές. Η εταιρεία ζητά από 50 επαγγελματίες φωτογράφους να βαθμολογήσουν τις μηχανές (25 φωτογράφοι για κάθε μοντέλο). Οι αξιολογήσεις είναι σε μια κλίμακα από 1 έως 10. Η μέση βαθμολογία του δείγματος για τη Nikon είναι 8,5 (με τυπική απόκλιση 2,0) και 7,5 για τη Minolta, (με τυπική απόκλιση 1,5). Υπάρχει διαφορά ( $\alpha=0.05$ ) μεταξύ του μέσου βαθμού αξιολόγησης των δύο φωτογραφικών μηχανών;

Δίδονται  $G(1.28) = 0.9, G(1) = 0.84, G(1.96) = 0.975, G(2.0) = 0.98, f_{1,8,0.05} = 5.32, f_{2,21,0.05} = 3.47, \text{ και } t_{5,0.025} = 2.57.$

ΝΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΔΥΟ ΑΠΟ ΤΑ ΤΡΙΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Μπορείτε να φύγετε σε μισή ώρα χωρίς τα θέματα, (πρέπει να παραδοθούν με το γραπτό). Μπορείτε να τα πάρετε το τελευταίο ημίωρο.