

**Θέμα 1ο**

(α) (2.5 Μονάδες) Ο υπεύθυνος ποιότητας μιας βιομηχανίας ελέγχει κάθε παρτίδα πρώτων υλών πριν την προωθήσει στην παραγωγή. Κάθε παρτίδα για να γίνει δεκτή πρέπει να έχει κάτω από 2% ελαττωματικές μονάδες. Σε μια παρτίδα, από 10.000 μονάδες που έλεγξε στην τύχη, βρήκε 175 ελαττωματικές. Πρέπει να προωθήσει ή να απορρίψει την παρτίδα; Χρησιμοποιήστε την κατάλληλη στατιστική μέθοδο (με  $\alpha=0,05$ ) για να τον βοηθήσετε να πάρει τη σωστή απόφαση.

(β) (2.5 Μονάδες) Έστω κανονικός πληθυσμός με  $\mu = 60$  και  $\sigma^2 = 36$ . (α) Τι ποσοστό του πληθυσμού εκτιμάται ότι είναι μεγαλύτερο του 72; (β) Ποια είναι η πιθανότητα να είναι μικρότερος του 58, ο μέσος όρος ενός δείγματος μεγέθους  $n=9$  από το πληθυσμό;

**Θέμα 2ο**

(α) (2.5 Μονάδες) Προσπαθώντας να αποφασίσει τι επηρεάζει το χρόνο μετάβασης από το σπίτι του στη Νομική ένας καθηγητής του ΤΟΕ έκανε το ακόλουθο πείραμα: Επί μία εβδομάδα αυτός και τέσσερις φίλοι του κατέβαιναν στη Νομική με τέσσερις διαφορετικούς τρόπους, με το Μετρό, με λεωφορείο, με ταξί και με ΙΧ αυτοκίνητο.

Τρόπος/ημέρα	Δε	Τρ	Τε	Πε	Πα	$T_{i.}$	$T_{i.}^2$	Τα αποτελέσματα (σε λεπτά της ώρας) παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί. Εφαρμόστε την κατάλληλη στατιστική μεθοδολογία για να αποφασίσετε (με $\alpha=0,05$ ), αν ο τρόπος μετάβασης ή/και η ημέρα της εβδομάδος επηρεάζουν το χρόνο μετάβασης.
Μετρό	30	35	32	25	38	160	25600	
Λεωφορείο	45	50	40	45	60	240	57600	
Ταξί	40	25	30	40	45	180	32400	
ΙΧ	45	40	35	35	55	210	44100	
$T_{.j}$	160	150	137	145	198	$T_{..}=790$		
$T_{.j}^2$	25600	22500	18769	21025	39204	$T_{..}^2=624100$		

Δίδεται επίσης  $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 x_{ij}^2 = 32818$ .

(β) (2.5 Μονάδες) Οι κατασκευαστές των μπαταριών Duracell θέλουν να αποδείξουν ότι οι μπαταρίες τους μεγέθους AA διαρκούν κατά μέσο όρο τουλάχιστον 45 λεπτά περισσότερο από ότι οι αντίστοιχες μπαταρίες του κύριου ανταγωνιστή τους, της Energizer. Δύο ανεξάρτητα τυχαία δείγματα 100 μπαταριών από κάθε κατασκευαστή χρησιμοποιήθηκαν στις ίδιες συσκευές μέχρι να αδειάσουν. Ο μέσος όρος διάρκειας στο δείγμα για τις Duracell ήταν 308 λεπτά, ενώ για τις Energizer 254 λεπτά. Οι δειγματικές τυπικές αποκλίσεις ήταν αντίστοιχα 15 και 21 λεπτά. Τεκμηριώνει η μελέτη τον ισχυρισμό της Duracell; (χρησιμοποιείτε  $\alpha=0,05$ ). (Υπόδειξη:  $H_0: \mu_D - \mu_E \leq 45$  έναντι της  $H_1: \mu_D - \mu_E > 45$ , και η στατιστική T πρέπει να έχει αριθμητή:  $\bar{X}_D - \bar{X}_E - 45$ ).

**Θέμα 3ο**

(α) (2 Μονάδες) Έστω η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$ ,  $x > 0$ ,  $\theta > 0$

Να υπολογισθεί η εκτιμήτρια της παραμέτρου  $\theta$

- 1) Με την μέθοδο των ροπών
- 2) Με την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

(β) (3 Μονάδες) Έστω η εξίσωση παλινδρόμησης  $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ , στην οποία ισχύουν όλες οι συνήθεις υποθέσεις του κλασικού γραμμικού υποδείγματος. Να υπολογισθούν οι εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$  των παραμέτρων  $\beta_0, \beta_1$ . Σε δείγμα 10 παρατηρήσεων βρέθηκε  $\hat{\beta}_1 = 0.5$ , και εκτιμήθηκαν οι τυπικές αποκλίσεις των σφαλμάτων και των  $x$ ,  $\hat{\sigma}_\varepsilon = 3.84$ , και  $S_x = 4$ , αντίστοιχα. Να γίνει ο έλεγχος  $H_0: \beta = 0$ , έναντι της εναλλακτικής  $H_1: \beta > 0$ , σε επίπεδο σημαντικότητας 10%.

Δίδονται:  $G(2)=0.9772$ ,  $G(1)=0.8413$ ,  $G(1.645)=0.95$ ,  $G(1.96)=0.975$ ,  $t_{8,0.10}=1.397$ ,  $t_{9,0.05}=1.833$ ,  $t_{8,0.05}=1.86$ ,  $t_{22,0.025}=2.07$ ,  $t_{21,0.025}=2.08$ ,  $f_{9,9,0.025}^U=4.03$ ,  $f_{3,12,0.05}^U=3,49$ ,  $f_{4,12,0.05}^U=3,26$  και  $f_{2,12,0.05}^U=3,89$ .

Όπου χρειάζεται το επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ , και δεν δίδεται, θεωρείστε ότι  $\alpha=0,05$ .

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**